

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**



**DISEÑO DE UN ALGORITMO DE NAVEGACIÓN  
PARA UN VEHÍCULO AÉREO CONVERTIBLE**

**POR**

**JUAN GERARDO RODRÍGUEZ MACÍAS**

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA AERONÁUTICA CON ORIENTACIÓN EN  
DINÁMICA DE VUELO**

**OCTUBRE, 2018**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**  
**SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



**DISEÑO DE UN ALGORITMO DE NAVEGACIÓN  
PARA UN VEHÍCULO AÉREO CONVERTIBLE**

**POR**

**JUAN GERARDO RODRÍGUEZ MACÍAS**

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA AERONÁUTICA CON ORIENTACIÓN EN  
DINÁMICA DE VUELO**

**OCTUBRE, 2018**

**Universidad Autónoma de Nuevo León**  
**Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica**  
**Subdirección de Estudios de Posgrado**

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «Diseño de un algoritmo de navegación para un vehículo aéreo convertible», realizada por el alumno Juan Gerardo Rodríguez Macías, con número de matrícula 1831343, sea aceptada para su defensa como requisito parcial para obtener el grado de Maestría en ingeniería aeronáutica con orientación en Dinámica de vuelo.

El Comité de Tesis



Dr. Octavio García Salazar

Director de tesis



Dr. Anand E. Sánchez Orta

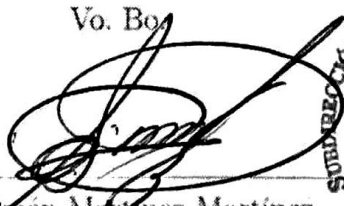
Codirector de tesis



Dr. Luis Antonio Amézquita Brooks

Codirector de tesis

Vo. Bo



Dr. Saúl Martínez Martínez

Subdirección de Estudios de Posgrado



San Nicolás de los Garza, Nuevo León, octubre 2018

*Para mí familia.*

# ÍNDICE GENERAL

---

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Agradecimientos</b>                                    | <b>x</b>  |
| <b>Resumen</b>  | <b>xI</b> |
| <b>1. Introducción</b>                                    | <b>1</b>  |
| 1.1. Configuraciones de VANTs . . . . .                   | 2         |
| 1.1.1. Configuración HTOL . . . . .                       | 3         |
| 1.1.2. Configuración VTOL . . . . .                       | 5         |
| 1.1.3. Híbridos . . . . .                                 | 7         |
| 1.2. Justificación . . . . .                              | 9         |
| 1.3. Antecedentes . . . . .                               | 9         |
| <b>2. Calculos 2-D</b>                                    | <b>12</b> |
| 2.1. Estabilidad . . . . .                                | 12        |
| 2.1.1. Estabilidad longitudinal . . . . .                 | 12        |
| 2.2. Aproximación de coeficientes aerodinámicos . . . . . | 14        |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>3. Ecuaciones de movimiento</b>                          | <b>18</b> |
| 3.1. Sistemas de de referencia . . . . .                    | 19        |
| 3.2. Orientación . . . . .                                  | 20        |
| 3.2.1. Ángulos de Euler . . . . .                           | 20        |
| 3.2.2. Cuaterniones . . . . .                               | 21        |
| 3.2.3. Transformaciones . . . . .                           | 21        |
| 3.3. Análisis cinemático . . . . .                          | 24        |
| 3.3.1. Cuerpo rígido en el espacio . . . . .                | 24        |
| 3.4. Análisis dinámico del vehículo . . . . .               | 26        |
| 3.4.1. Dinámica traslacional . . . . .                      | 26        |
| 3.4.2. Dinámica rotacional . . . . .                        | 27        |
| 3.5. Ecuaciones . . . . .                                   | 28        |
| <b>4. Algoritmo de generación de trayectorias</b>           | <b>31</b> |
| <b>5. Algoritmo de navegación</b>                           | <b>36</b> |
| 5.1. Ecuación de error en lazo abierto . . . . .            | 37        |
| 5.1.1. Parametrización de la referencia nominal . . . . .   | 37        |
| 5.2. Diseño y análisis de estabilidad del control . . . . . | 39        |
| 5.2.1. Diseño del control . . . . .                         | 39        |
| <b>6. Validación en simulación</b>                          | <b>42</b> |

---

|  |           |
|--|-----------|
| 6.1. Simulación de algoritmo de posición . . . . .   | 42        |
| 6.1.1. Coeficiente de sustentación y resistencia al avance para la tra-<br>yectoria completa . . . . . | 44        |
| 6.1.2. Resultados de extracción para orientación y empuje . . . . .                                    | 45        |
| 6.2. Simulación de algoritmo de orientación . . . . .  | 45        |
| <b>7. Conclusiones</b>   | <b>48</b> |
| <b>A. Algebra de cuaternios</b>  | <b>49</b> |
| A.1. Operaciones básicas . . . . .   | 49        |
| A.2. Cuaternio como operador lineal . . . . .  | 51        |
| <b>B. Análisis de estabilidad</b>  | <b>53</b> |

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

|   |    |
|---|----|
| 1.1. Distintos tipos de aeronaves HTOL. . . . .   | 3  |
| 1.2. Distintos tipos de aeronave VTOL. . . . .  | 5  |
| 1.3. Distintos ejemplos de aeronaves híbridas. . . . .  | 7  |
| 1.4. Lockheed XFV-1. . . . .  | 10 |
| 1.5. Convair XFY-1 «Pogo». . . . .  | 11 |
| 2.1. Efecto del CG con respecto al CA. . . . .  | 13 |
| 2.2. $C_m$ vs $C_L$ [6]. . . . .  | 14 |
| 2.3. Diagrama de cuerpo libre. . . . .  | 15 |
| 2.4. Aproximación del coeficiente de resistencia al avance para un rango<br>de $-\pi$ a $\pi$ . . . . . | 16 |
| 2.5. Aproximación del coeficiente de sustentación para un rango de $-\pi$ a $\pi$ . . . . .             | 17 |
| 3.1. Sistemas de referencia. . . . .  | 19 |
| 3.2. Ángulos de Euler. . . . .  | 20 |
| 3.3. Cuaterniones puros [9]. . . . .  | 22 |
| 3.4. Variables en el CUAV. . . . .  | 29 |



|  |    |
|--|----|
| 4.1. Transición de vuelo estacionario a vuelo nivelado. . . . .  | 33 |
| 4.2. Transición de vuelo nivelado a vuelo estacionario. . . . .  | 33 |
| 4.3. Resultados para: $x_d, \dot{x}_d, \ddot{x}_d$ . . . . .   | 34 |
| 4.4. Resultados para: $z_d, \dot{z}_d, \ddot{z}_d$ . . . . .   | 34 |
| 4.5. Trayectoria XZ deseada. . . . .   | 35 |
| 5.1. Diagrama a bloques del algoritmo de navegación. . . . .   | 36 |
| 6.1. Trayectoria real vs deseada. . . . .  | 43 |
| 6.2. Error de posición y velocidad en x y z. . . . .   | 43 |
| 6.3. Aproximación del coeficiente de sustentación experimentado durante<br>la trayectoria completa. . . . .          | 44 |
| 6.4. Aproximación del coeficiente de resistencia al avance experimentado<br>durante la trayectoria completa. . . . . | 44 |
| 6.5. Empuje requerido. . . . .   | 45 |
| 6.6. Orientación deseada. . . . .  | 46 |
| 6.7. quaternion deseado vs quaternion real. . . . .  | 46 |
| 6.8. Velocidad angular deseada vs velocidad angular real. . . . .  | 47 |
| 6.9. Deflexión del elevador. . . . .   | 47 |

# AGRADECIMIENTOS

---

A mis padres y hermanos, Juan, Rosy, Janeth, Patricia, José, quienes a pesar de la distancia, su amor y apoyo logra trascender.

A mis asesores, Dr. Octavio y Dr. Anand, por guiarme y aportarme parte de su conocimiento.

A mi sinodal Dr. Amezquita por su tiempo valioso en la revision de esta tesis.

A mis compañeros de laboratorio, Alan, Erick, Javier, Aaron, Delia, por hacer amenos los días.

A CONACYT por otorgarme la beca para mis estudios de maestría.

# RESUMEN

---

Juan Gerardo Rodríguez Macías.

Candidato para obtener el grado de Maestría en ingeniería aeronáutica con orientación en Dinámica de vuelo.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio: DISEÑO DE UN ALGORITMO DE NAVEGACIÓN PARA UN VEHÍCULO AÉREO CONVERTIBLE.

Número de páginas: 55.

OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO: Desarrollar un algoritmo para la maniobra de transición de régimen de vuelo estacionario a vuelo recto y nivelado y viceversa, lo cual implica que el vehículo aéreo híbrido tendrá las condiciones de helicóptero en vuelo vertical y avión en vuelo horizontal. Obtener un modelo aerodinámico parametrizado del vehículo. Obtener la navegación del vehículo para el rango completo de operación de  $-\pi/2$  a  $\pi/2$ .

CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES: En esta tesis se utilizó un diseño propio del grupo de investigación (C-plane v3.0), se obtuvo el modelo matemático del diseño, así como los algoritmos para orientación y posición.

Firma del asesor:

Dr. Octavio García Salazar

## CAPÍTULO 1

# INTRODUCCIÓN

---

Una definición de aeronave no tripulada, es una aeronave en la cual su tripulación aérea ha sido reemplazada por un sistema compuesto por una computadora de vuelo y un radio control, aunque en realidad este tipo de sistemas es mucho mas complejo. La aeronave es solamente una parte, aunque importante, del sistema total. Dicho esto, SANT esta compuesto a su vez por subsistemas que incluyen:

- Aeronave (usualmente UAV).
- Estación de control.
- Sistemas de comunicación.
- Sistemas de lanzamiento y recuperación del vehículo.
- Autopiloto.
- Carga útil.

Los llamados drones poseen cero inteligencia que son lanzados en misiones pre-programadas con rutas pre-programadas y de retorno a base. no tienen comunicación en tiempo real y los resultados de las misiones, por ejemplo fotografías, solo pueden recopilarse una vez que este llega a la base.

Los SANT por su parte, tienen un grado mayor de inteligencia automática. Son capaces de comunicarse con una estación tierra y enviar datos de sensores desde imágenes térmicas (si es que esta equipado el sensor) hasta los datos de vuelo que proporcionan los sensores inerciales y de posición; velocidad, posición y los respectivos ángulos de orientación. Además, si una falla en algún componente o subsistema llegase a ocurrir en el SANT, este tomara una acción correctiva y/o alertara al operador del evento. Este tipo de sistemas pueden llevar a cabo misiones las cuales pueden ser civiles como: fotografía aérea, agricultura, vigilancia, monitoreo de contaminación, detección de incendios, etcétera o también tienen aplicaciones militares como: eliminación de bombas, vigilancia de actividad enemiga, monitoreo de contaminación nuclear, destrucción de sistemas de radar, etcétera.

## 1.1 CONFIGURACIONES DE VANTs

El rango de configuración disponibles para los VANTs es tan amplio como los que existen para las aeronaves tripuladas. Las configuraciones de los VANTs usualmente se agrupan en tres principales tipos que se diferencian por su método de aterrizaje y despegue:

- HTOL (Horizontal Take-Off and Landing), en español, despegue y aterrizaje horizontal fig. 1.1.
- VTOL (Vertical Take-Off and Landing), en español despegue y aterrizaje vertical fig 1.2.
- Híbridos combinan las cualidades de ambos tipos HTOL y VTOL fig 1.3.

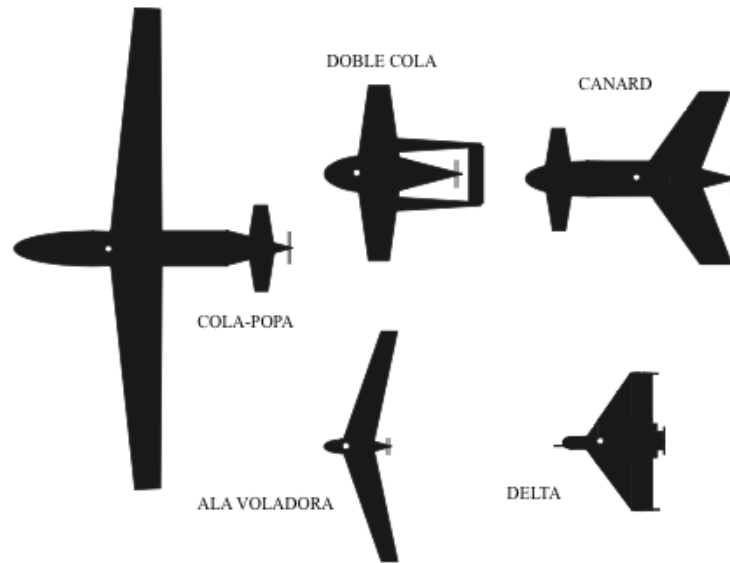


Figura 1.1: Distintos tipos de aeronaves HTOL.

### 1.1.1 CONFIGURACIÓN HTOL

Esta configuración de aeronaves son las que, al acelerarse verticalmente, necesitan de una pista de despegue/aterrizaje para poder realizar dichas maniobras. Los HTOL se subdividen en 3 tipos fundamentales, determinados principalmente por el balance de levantamiento-peso y por su estabilidad y control. Empenaje en popa, empenaje en proa o sin empenaje son las categorías.

- Ala principal en proa y superficies de control en popa. Esta es la configuración convencional aceptada por la industria aeronáutica en el sector comercial y/o de transporte. El centro de masas en esta configuración se encuentra adelante del centro de sustentación del ala el cual es balanceado por el estabilizador horizontal que se encuentra en la popa. A su vez, el estabilizador horizontal provee estabilidad en guiñada y el ángulo diedro del ala principal proporciona estabilidad en alabeo.

Existen también algunas ventajas aerodinámicas que poseen este tipo de aeronaves en comparación con otras, ya que al poseer el sistema de propulsión muy

cerca del centro de masas reduce la inercia total de la aeronave en cabeceo y guiñada.

- Configuración Canard. Esta configuración tiene el estabilizador horizontal montado por delante del ala. El centro de masa esta también delante del ala lo que asegura la estabilidad en el plano horizontal. Una ventaja de los Canard es que las dos superficies de sustentación están generando sustentación positiva, lo que lo hace aerodinámicamente mas eficiente que las aeronaves que tienen el estabilizador en popa. También posee la ventaja que al tener el estabilizador horizontal delante del ala principal, este siempre se va a encontrar a un angulo de incidencia mayor que el del ala principal. Esto resulta en que a ángulos de incidencia altos (a los cuales típicamente cualquier superficie alar entra en perdida) solo el estabilizador horizontal entrara en perdida y por consecuencia solo se perderá una pequeña parte de la sustentación y en un movimiento suave de cabeceo nariz abajo de recuperación con una perdida mínima de altura comparado con la configuración de aeronaves convencional. Una desventaja es la estabilidad direccional es menos alcanzable ya que el centro de masa esta mas atrasado.

- Ala Voladora . Esta sección incluye a las aeronaves de ala delta. Las alas tienen un «barrido hacia atrás» esto hace que en los perfiles aerodinámicos en la punta tengan considerablemente una menor incidencia comparado con los perfiles que se encuentran en la raíz del ala. Esto asegura que, cuando el aeronave este nariz arriba, el centro de levantamiento del ala se mueve hacia atrás retornando a la aeronave a su orientación original.

Estas aeronaves, de manera similar a las del tipo Canard, sufren de un efecto reducido en los movimientos de cabeceo y guiñada debido a que las alas voladoras no poseen empenaje y por no tener un brazo de palanca con las superficies de control se genera cierto grado de inestabilidad en guiñada y cabeceo. Sin embargo posee la ventaja de menor arrastre generado.



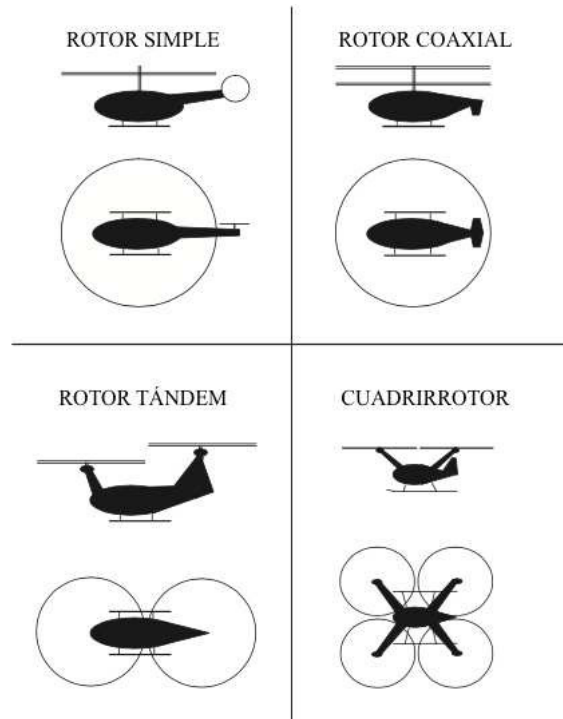


Figura 1.2: Distintos tipos de aeronave VTOL.

### 1.1.2 CONFIGURACIÓN VTOL

Este tipo de configuración se refiere a los helicópteros que a su vez tienen diferentes tipos de configuración mayormente determinados por sus sistemas de contra-acción del par torsor reactivo del rotor principal.

- Rotor simple. Aquí el par del rotor principal, el cual tiende a girar la aeronave en dirección contraria al movimiento de la hélice, es contra arrestado por un pequeño rotor de cola. Como se ha discutido, una desventaja es que la forma del helicóptero de rotor simple es extremadamente asimétrico en todos los planos, lo que implica dificultad para mantener el control y complejidad de los algoritmos del sistema de control. Los rangos en peso de estas aeronaves tripuladas están entre 600 - 15000 kg.
- Rotor Tandem Hay un efecto de gran escala sobre el tamaño de los rotores de

helicópteros, de modo que la relación entre la masa del rotor y la sustentación aumenta de manera considerable con el tamaño de rotor más grande requerido por un avión más pesado. Sin embargo es mas eficiente tener dos rotores.

- Rotor coaxial

Configuración de la empresa rusa manufacturera Mil Helicopters es de uso limitado para aplicaciones con tripulación. No se considera una configuración popular debido a su mayor peso comparado con las demás. Sin embargo para aplicaciones en VANTs con una aeronave mas ligera y pequeña, ya no se tendrían estas desventajas de con la relación peso sustentación.

Las ventajas de esta configuración incluyen a una casi perfecta aerodinámica simétrica, mas compacto al no tener un rotor de cola, eficientemente potente y versatilidad de tener diferentes diseños estructurales para diversos usos y también que sus algoritmos de control no son mas complicados que los usados en aeronaves del tipo HTOL.

- Cuadrirrotor

El único desarrollo de esta configuración e implementado que se conoce es en el ramo de los VANTs. Algunas de las aplicaciones son: monitoreo de contaminación, agricultura, a manera de hobby, etc.

El principal objetivo de los diseñadores de cuadrirrotores o multi-rotores es de remover los sistemas de control de cabeza de rotor que aplican cambios de en el angulo de cabeceo tanto coíclicos como colectivos a las palas de rotor como medio de control de aeronaves. La idea es tener las palas de los rotores a un angulo de cabeceo fijo y alcanzar cambios de empuje en cada rotor cambiando su velocidad de rotación. Cada rotor esta individualmente acoplado a un motor eléctrico y para, por ejemplo, ir hacia adelante basta con aumentar la velocidad rotacional de los motores traseros para así aumentar el cabeceo de la aeronave

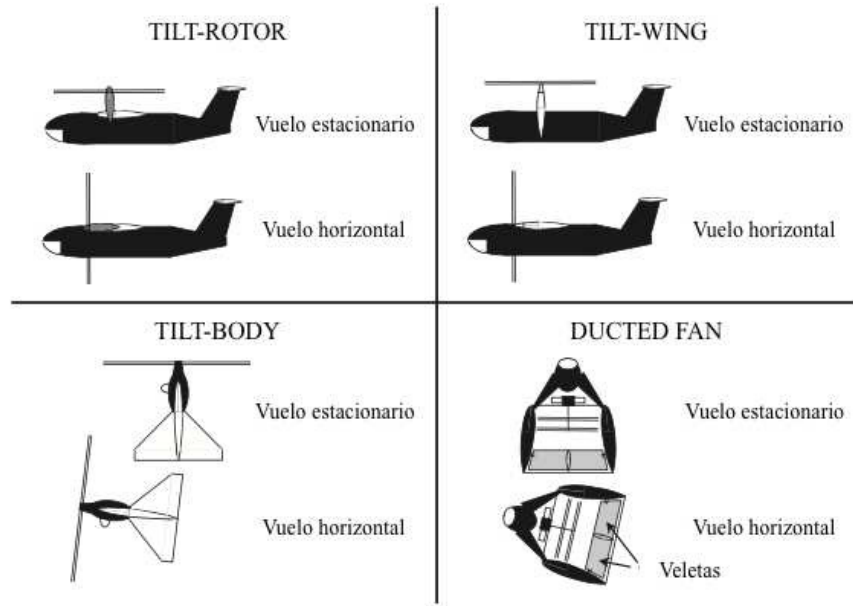


Figura 1.3: Distintos ejemplos de aeronaves híbridas.

nariz abajo y resultando en un vector de empuje dirigido hacia adelante.

### 1.1.3 HÍBRIDOS

Para vuelo estacionario el helicóptero muestra ser mas eficiente de las aeronaves mas pesadas que el viento. Para vuelos y misiones de largo alcance presenta mayor eficiencia una aeronave en vuelo nivelado.

Las aeronaves de esta rama combinan las ventajas del despegue vertical y vuelo recto y nivelado. Se han desarrollado diversos diseños para aeronaves tripuladas, principalmente a partir de la segunda guerra mundial.

- Tiltrotor.

Es una de las configuraciones mas exitosas de los híbridos hasta la fecha ha sido montar un rotor en cada punta del ala principal de una aeronave HTOL.

Los rotores están horizontales en vuelo vertical pero realizan un giro de 90 grados, para que se conviertan en hélices para el vuelo horizontal.

El giro de los motores ya sea en tilt rotor o tilt wing, requiere que los motores sean operables en un rango angular de al menos 90 grados. Esto lleva a una complicación en los sistemas de combustible y aceite.

- Tiltbody

En las aeronaves de rotor convertible, la parte crítica de vuelo y que determina predominantemente el diseño aerodinámico de la aeronave, es la transición entre el vuelo estacionario y vuelo recto y nivelado. Los problemas recaen en mantener el flujo de aire sobre el ala y lograr un control adecuado de la orientación de la aeronave, particularmente en el ángulo longitudinal de cabeceo.

Mantener el flujo de aire adjunto es un problema complicado, especialmente durante la conversión de vuelo recto a vuelo estacionario y aterrizaje. Durante la transición de estacionario a vuelo recto la aeronave comenzara a acelerarse y probablemente alcanzara la máxima cantidad de empuje que puede generar el rotor. En esta condición el aire de alta velocidad en la estela de la aeronave reducirá el ángulo de ataque del ala y con esto, la probabilidad de que el ala entre en pérdida.

- Ducted Fan

La aeronave Ducted Fan, como su nombre lo menciona, tiene en un conducto su fuente de empuje. Esta fuente de empuje es llamado 'fan' por su forma y normalmente esta compuesto por dos elementos contra rotativos para poder minimizar la rotación del cuerpo por el par torsor reactivo. Los cambios de empuje se obtienen por cambios en la velocidad de rotación del fan, y el control de orientación del cuerpo al mover las veletas.

## 1.2 JUSTIFICACIÓN

Uno de los principales retos a vencer en la industria aeronáutica es la autonomía de vuelo, que se refiere al tiempo máximo que la aeronave puede permanecer en vuelo. Este concepto está ligado directamente con el ahorro de combustible o energía eléctrica en caso de los VANTs en general.

El despegue y aterrizaje sin la necesidad de tener una pista proporciona la habilidad de posicionarlo en lugares a los que una aeronave de ala fija no puede acceder, y por supuesto la simplicidad para lanzarlo a una misión específica.

La transición de vuelo estacionario a vuelo recto y nivelado es una de las grandes ventajas que posee este vehículo. El vuelo estacionario (por ejemplo de los helicópteros) es un tipo de vuelo muy ineficiente ya que el sistema de sustentación se encarga directamente de cargar con el peso total de la aeronave, lo que hace que necesite mayor potencia en menor cantidad de tiempo. El vuelo recto y nivelado por su parte, se lleva a cabo con un ala que al ser desplazada a través de un flujo de aire funciona como superficie de sustentación, generando una fuerza de sustentación que se iguala al peso de la aeronave ayudando directamente en el consumo de energía.

## 1.3 ANTECEDENTES

El concepto de una aeronave tailsitter (avión que aterriza sobre el empenaje o cola) fue incluido en una de las patentes de Nikola Tesla en el año de 1928 [1]. No fue sino hasta a mediados de la segunda guerra mundial cuando se empezaron a construir aeronaves del tipo VTOL. Las primeras aeronaves desarrolladas fueron por parte de las compañías Lockheed Fig. 1.4 y XFY-1 1.5 respectivamente [2]



Figura 1.4: Lockheed X-59.

A finales de la era de la segunda guerra mundial, la empresa alemana Focke-Wulf dio a conocer el Triebflügeljäger (caza propulsado por las alas). Esta aeronave fue un concepto desarrollado a finales del año 1944. Este VTOL era un interceptor pensado para ser usado como defensa local en las áreas sin pistas de aterrizaje, sin embargo nunca alcanzo a construirse un prototipo y todo quedo en pruebas de túnel de viento. El origen del concepto de esta aeronave data del año de 1938 por la solicitud de patente del ingeniero Siemens Otto Muck [3].

Uno de los diseños en los años mas recientes, que supero sus fases de diseño y prueba datan del ano 1994 cuando la empresa AeroVironment recibió un contrato del Laboratorio de investigación de la fuerza aérea (Air Force Reseach Lab, por sus siglas en ingles AFRL) para desarrollar el tail-sitting VTOL UAV llamado «Skytote» [4]. El desarrollo del programa se llevo a cabo con simulaciones y pruebas de túnel de viento, así como también la depuración necesaria del sistema de control de vuelo



Figura 1.5: Convair XFY-1 «Pogo».

complejo que poseía el vehículo. Uno de los usos principales de esta aeronave es entregar suministros a tropas aliadas con una precisión de entrega milimétrica. Hasta 2004 fue su implementación.

## CAPÍTULO 2

# CALCULOS 2-D

---

## 2.1 ESTABILIDAD

La estabilidad en una aeronave es la habilidad que posee de retornar a una condición particular de vuelo, después de ser perturbado, sin la intervención del piloto. Los 3 estados de estabilidad son: neutro, estable e inestable como se aprecia en la Fig 2.1. Sin embargo, puede ser que la aeronave sea estable durante algunas condiciones de vuelo e inestable en otras. Por ejemplo, puede ser estable en vuelo nivelado pero ser inestable en vuelo invertido y viceversa. Los tipos de estabilidad existentes son: Longitudinal y lateral-direccional.

### 2.1.1 ESTABILIDAD LONGITUDINAL

La estabilidad longitudinal, se refiere al movimiento de la aeronave sobre su eje transversal (nariz arriba/abajo) y es la más importante porque determina en gran medida las características de cabeceo, particularmente las relativas a la pérdida [11].

Si se quiere asegurar la estabilidad en el movimiento de cabeceo, se debe de asegurar que, si el ángulo de ataque es temporalmente incrementado, las fuerzas



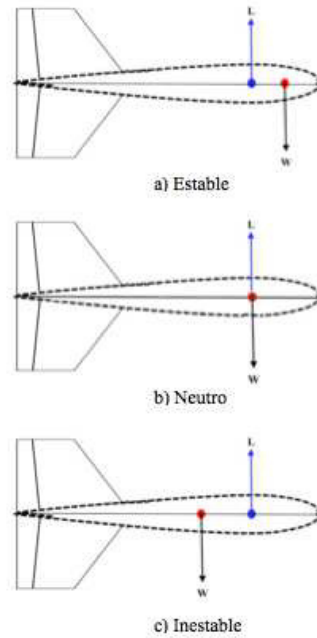
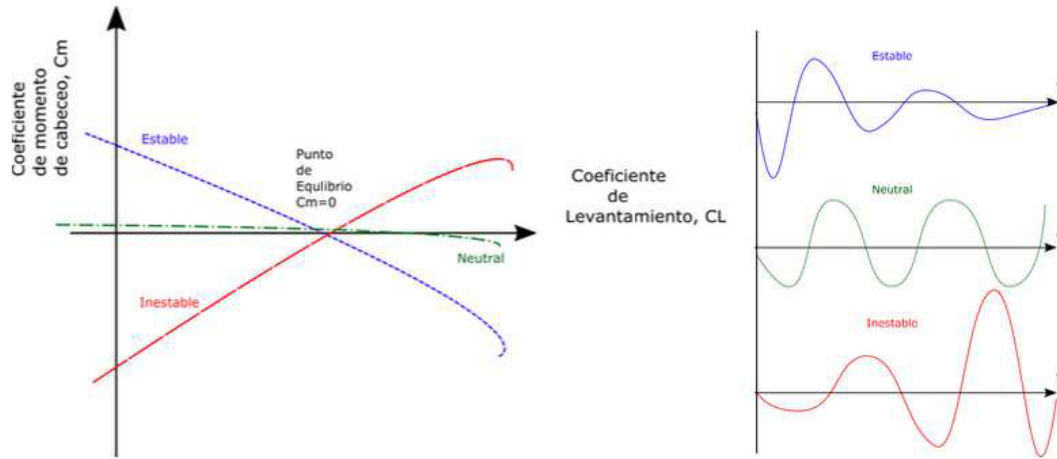


Figura 2.1: Efecto del CG con respecto al CA.

actúen de tal manera que ejerzan un momento «nariz abajo» ( negativo considerando el sistema de referencia «NED») para decrementar el ángulo de ataque.

Para entender mejor el concepto, es necesario obtener e interpretar las curvas polares del aeronave. En el caso de la estabilidad longitudinal, la gráfica de coeficiente de momento de cabeceo  $C_m$  vs  $C_L$  es donde se aprecia si el aeronave tiende a ser estable, inestable, o neutro Fig 2.2. Esta curva debe su comportamiento a la configuración aerodinámica del vehículo.

Figura 2.2:  $C_m$  vs  $C_L$  [6].

## 2.2 APROXIMACIÓN DE COEFICIENTES AERODINÁMICOS

Los avances modernos en los diseños de aeronaves altamente maniobrables y con empuje vectorial, dieron como resultado la necesidad de modelos matemáticos altamente sofisticados de la dinámica de aeronaves. Estos modelos son precisos y aplicables dentro del amplio rango de ángulos de ataque en los cuales la aeronave entra en pérdida [13]. Dicho modelo no puede ser desarrollado sin la representación de las fuerzas de sustentación y arrastre por lo que se proponen aproximaciones armónicas precisas y relativamente simples.

El ángulo  $\alpha$  ángulo entre el vector de velocidad resultante  $V$  y el eje  $x$  del cuerpo Fig 2.3. El vector de sustentación  $L$  es ortogonal al vector de velocidad y el arrastre está orientado en sentido opuesto al movimiento, de ahí su nombre de resistencia al avance. Para velocidades esencialmente subsónicas, la sustentación y la resistencia al avance se calculan de la siguiente manera

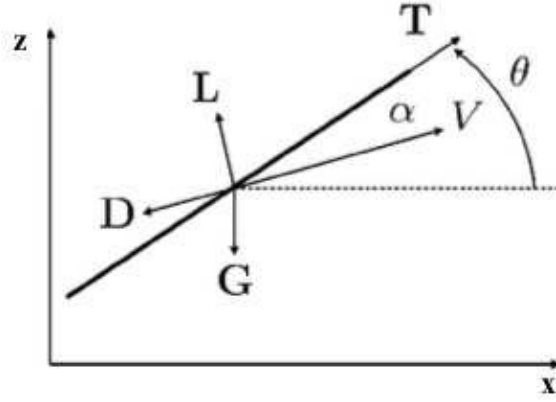


Figura 2.3: Diagrama de cuerpo libre.

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L(\alpha)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D(\alpha)$$

donde  $C_L \alpha$  es el coeficiente de sustentación,  $C_D \alpha$  es el coeficiente de resistencia al avance,  $\rho$  es la densidad que esta dada por la altitud a la que vuela el aeronave,  $S$  es el área del ala.

Usando la aproximación lineal y asumiendo ángulos de ataque pequeños, el coeficiente de sustentación se aproxima como

$$C_L(\alpha) = C_L^\alpha (\alpha_0 + \alpha)$$

donde  $\alpha_0$  es el angulo en el cual se presenta una fuerza de sustentación nula, y  $C_L^\alpha$  es la pendiente del coeficiente de sustentación.

Para el mismo rango pequeño de ángulos de ataque, el coeficiente aerodinámico de la sustentación se representa de la siguiente manera:

$$C_D(\alpha) = C_{D0} + C_{D1} C_L^2(\alpha)$$

donde  $C_{D0}$  es el coeficiente de arrastre y el  $C_{D1}$  es el arrastre inducido.

Ya que las aproximaciones anteriores fueron derivadas para ángulos de ataque pequeños, no son rentables para el rango completo, por lo que las aproximaciones del  $C_L$  y  $C_D$  se obtuvieron mediante una aproximación a los datos experimentales similar a [?].

$$C_l = \begin{cases} \sin(2\alpha) + C_{l\alpha}\bar{\alpha}e^{-\lambda(\alpha-\bar{\alpha})}, & \alpha > \bar{\alpha} \\ \sin(2\alpha) + C_{l\alpha}\bar{\alpha}e^{-\lambda(\alpha-\bar{\alpha})}, & \alpha < -\bar{\alpha} \\ \sin(2\alpha) + C_{l\alpha}\bar{\alpha}e^{-\lambda(\alpha-\bar{\alpha})}, & \text{En cualquier otro caso} \end{cases}$$

Las Fig 2.4 y 2.5 muestran las aproximaciones usando las formulas

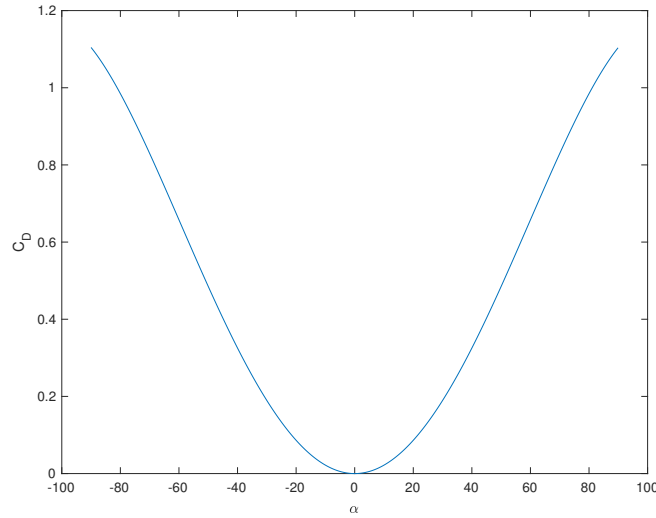


Figura 2.4: Aproximación del coeficiente de resistencia al avance para un rango de  $-\pi$  a  $\pi$ .

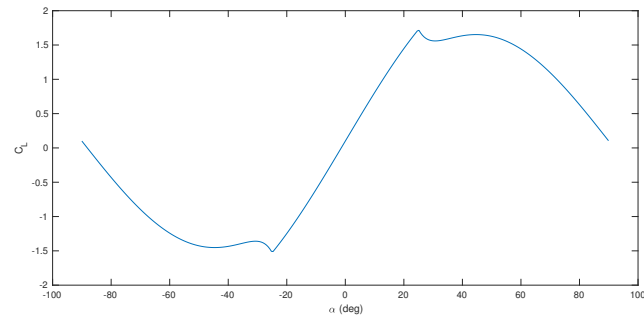


Figura 2.5: Aproximación del coeficiente de sustentación para un rango de  $-\pi$  a  $\pi$ .

## CAPÍTULO 3

# ECUACIONES DE MOVIMIENTO

---

Una ecuación de movimiento es una formulación matemática para definir los cambios con respecto al tiempo de un sistema físico en el espacio. Principalmente esta relacionada a la derivada temporal de una o varias variables que caracterizan el estado físico en el que se encuentra el sistema, con otras magnitudes físicas que provocan cambios en el mismo sistema.

Para poder desarrollar y probar el adecuado funcionamiento de algoritmos de control y seguimiento de trayectoria, es necesario obtener las ecuaciones de movimiento que describen al VANT. Para ello es necesario tomar algunas consideraciones.

- Se considera la tierra plana
- Atmósfera estática.
- El vehículo es considerado como un cuerpo rígido, simétrico y con los motores fijos.

Las ecuaciones de movimiento para el VANT poseen términos que dependen de las fuerzas aerodinámicas y los momentos que actúan sobre el cg del cuerpo rígido. Estas fuerzas y momentos están en el sistema de referencia aerodinámico, por lo que hay que tomar en cuenta en que sistema de referencia se encuentran.

### 3.1 SISTEMAS DE DE REFERENCIA

Un sistema de referencia funciona para poder medir la posición y otras magnitudes físicas adecuadamente de un cuerpo o sistema físico con un conjunto de convenciones como la orientación de sus ejes. En la Fig 3.1 se aprecian los sistemas de referencia descritos abajo.

Ejes Tierra: (inerciales): Es un sistema de ejes fijo ala tierra con la convención NED (North-East-Down).

Ejes cuerpo: Como su nombre lo indica se encuentra fijo en el centro de gravedad del vehículo aéreo, por lo que se traslada en el espacio con el. Su orientación es  $X_b$  apuntando hacia la nariz de la aeronave,  $Y_b$  hacia el costado derecho de la aeronave y  $Z_b$  hacia abajo.

Ejes viento: Este sistema de ejes esta definido con la orientación del viento, el cual está rotado por los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  con respecto al eje cuerpo, conocidos como ángulo de ataque y ángulo de derrape.

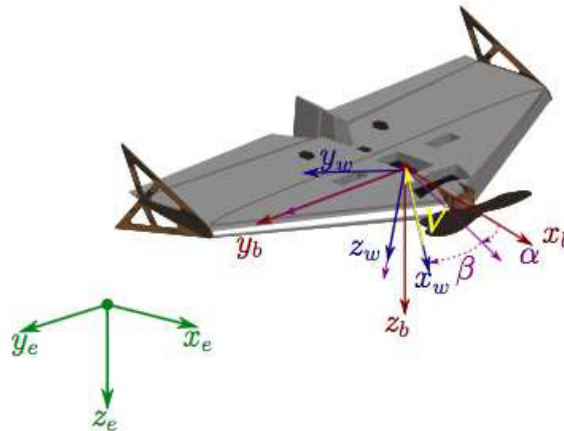


Figura 3.1: Sistemas de referencia.

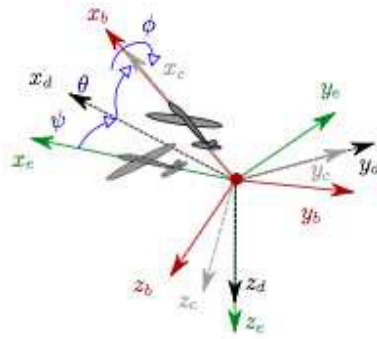


Figura 3.2: Ángulos de Euler.

## 3.2 ORIENTACIÓN

### 3.2.1 ÁNGULOS DE EULER

La manera más común de representar la orientación de un cuerpo rígido es un conjunto de tres ángulos de Euler. Roll ( $\phi$ ), pitch ( $\theta$ ), yaw ( $\psi$ ) son populares por su fácil entendimiento y uso.

Cualquier rotación de un sólido puede expresarse como la composición de tres rotaciones elementales alrededor de ejes ortogonales Fig. 3.2 [6]. Estos ángulos son básicamente tres coordenadas que sirven para especificar la orientación de un sistema de referencia de ejes ortogonales, normalmente móvil, respecto a otro sistema de referencia de ejes ortogonales normalmente fijos. Es por esto que son ampliamente utilizados para representar la orientación del algún vehículo. Uno de los principales inconvenientes que presentan es en la condición de  $\theta = \pi/2$  la cual es una condición inicial del modelo matemático del VANT, al ser este del tipo Tail-sitter.



### 3.2.2 CUATERNIONES

Existen diversas maneras de representar la orientación de un marco coordinado rotado además de los ángulos de Euler. Estos métodos son considerados por evadir las singularidades matemáticas que presentan los ángulos de Euler, y maximizan la velocidad de procesamiento por computadora en cálculos de navegación [8].

Los cuaterniones,  $q \in \mathbb{H}$ , son una extensión de los números complejos (Hamilton) y están compuestos de la siguiente forma:

$$q = q_0 + \bar{q}$$

donde  $q_0$  es la parte escalar y  $\bar{q} = q_1i + q_2j + q_3k$  es la parte vectorial.

Los cuaterniones unitarios son reconocidos ya que proporcionan una notación matemática para representar la orientación y rotación de un objeto en tres dimensiones.

Todo esto plantea una pregunta, ¿Cómo puede un  $q \in \mathbb{R}^4$  operar a un vector  $v \in \mathbb{R}^3$ ? Como se puede observar en la Fig 3.3, un vector  $v$  es un cuaternion puro pero con parte escalar cero. Por lo que al aplicar el operador  $L_q$  (??) notaremos que la magnitud del vector no cambia, solo su orientación, tal y como se esperaría al aplicar una transformación con la matriz de rotación compuesta por ángulos de Euler

### 3.2.3 TRANSFORMACIONES

En el modelo matemático del VANT aparecen términos como fuerzas, momentos, posiciones, velocidades, etcétera, que pertenecen a uno u otro sistema de referencia. Retomando el concepto de que cualquier operación entre vectores debe ser realizado

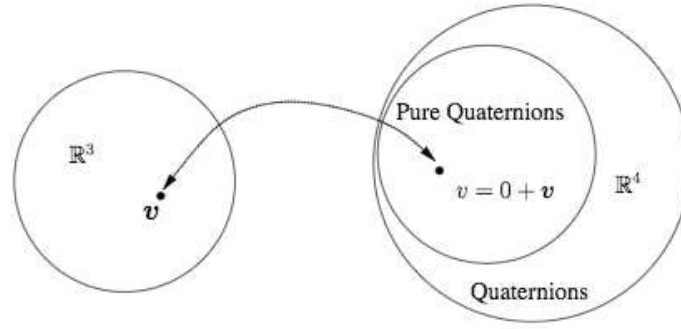


Figura 3.3: Cuaterniones puros [9].

en el mismo sistema de referencia (de no ser así el resultado no sería el correcto) es necesario definir una transformación la cual pueda representar los vectores de un sistema de ejes en otro.

### 3.2.3.1 TRANSFORMACIONES CON ÁNGULOS DE EULER

De la Fig 3.2 se puede observar que para llevar a un vector del sistema de ejes cuerpo al sistema de ejes tierra se tienen que realizar 3 rotaciones en el siguiente orden:  $-\phi, -\theta, -\psi$  cada rotación esta descrita particularmente por su matriz en cada eje. Dado un vector  $v = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}_B^T$ , el sub índice  $B$  indica que se encuentra en el sistema de ejes del cuerpo. Este vector se puede transformar a ejes tierra ( $v_E$ ) mediante la siguiente operación:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_E = R_{-\psi} R_{-\theta} R_{-\phi} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_B \quad (3.1)$$

donde  $R_\phi$  es la matriz de rotación sobre el eje X,  $R_\theta$  sobre el eje Y y  $R_\psi$  sobre el eje Z.

Al producto de estas 3 matrices de rotación la llamaremos matriz de transfor-

mación  $R_B^E$

$$R_B^E = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\sin \psi \cos \phi + \sin \theta \cos \psi \sin \phi & \sin \psi \sin \phi + \sin \theta \cos \psi \cos \phi \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \psi \cos \phi + \sin \theta \sin \psi \sin \phi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \theta \sin \psi \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

La matriz  $R_B^E \in SO(3)$  es definida como un operador que transforma cualquier vector expresado en el sistema de ejes del cuerpo, a su equivalente en el sistema de ejes tierra. Al pertenecer  $SO(3)$  esta matriz tiene propiedades como

$$\begin{aligned} R_B^E &= (R_E^B)^{-1} = (R_E^B)^T \\ R_E^B (R_E^B)^T &= R_E^B R_B^E = I \end{aligned} \quad (3.3)$$

### 3.2.3.2 TRANSFORMACIONES CON CUATERNIONES

Un cuaternio unitario puede ser usado para representar la orientación de un cuerpo rígido. Con este cuaternio unitario, al igual que con los ángulos de Euler, se puede construir una matriz de rotación para poder transformar los vectores de un sistema de ejes a otro A.2. Considere el vector  $v_B \in \mathbb{R}^3$ , si  $v_E$  es el mismo vector pero en coordenadas de ejes tierra entonces

$$R_E^B = \begin{pmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & 2(q_0 q_2 + q_1 q_3) \\ 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) \\ 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) & 2(q_0 q_1 + q_2 q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

### 3.3 ANÁLISIS CINEMÁTICO

La cinemática del VANT convertible son las descripciones de la posición y la orientación del aeronave, las cuales dependen de las componentes de velocidad lineal y velocidad angular.

#### 3.3.1 CUERPO RÍGIDO EN EL ESPACIO

Un cuerpo rígido moviéndose libremente a través del espacio sin fuerzas aplicadas en éste, tiene como propiedades el movimiento en línea recta y además desplazamiento a velocidad constante de centro de masa. El cuerpo también puede rotar entorno a su centro de masa durante el movimiento recto, la cual, puede ser descrita a través de dos propiedades: velocidad angular  $\Omega$  que es la tasa de rotación en unidades de radianes por segundo y el momento angular  $L$ . En caso que los vectores de velocidad angular y momento angular no estén en el mismo eje ( $|\Omega \times \mathbf{L}| \neq 0$ ), el vector de velocidad angular se moverá al rededor provocando que el cuerpo, adicionalmente, se tambalee mientras gira, este efecto es conocido como precesión.

##### 3.3.1.1 ORIENTACIÓN

Las ecuaciones que relacionan los cambios angulares o de orientación entre el sistema de ejes cuerpo y los ángulos de Euler. Las velocidades angulares en el sistema de referencia del vehículo pueden representarse mediante la siguiente ecuación.

$$\Omega = K\dot{\Phi} \quad (3.5)$$

donde  $K$  es la matriz de Euler y  $\Omega$  las velocidades angulares en el cuerpo.

$$K = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & \cos(\psi) & \cos(\theta)\sin(\psi) \\ 0 & -\sin(\psi) & \cos(\theta)\cos(\psi) \end{pmatrix}$$

### 3.3.1.2 POSICIÓN

La descripción de la posición es mucho mas simple que la descripción de la orientación. El cambio de posición del CUAVC respecto a los ejes inerciales, es igual a la velocidad expresada en el sistema de referencia inercial

$$\dot{P}^e = V^e \quad (3.6)$$

donde  $P$  es el vector de posición y  $V$  el vector de velocidad ambos expresados en ejes inerciales.

La velocidad en ejes cuerpo  $U^b$  es obtenida mediante la medición de sensores u observadores de estado, por lo que es necesario transformar estas cantidades para después utilizarlas en las ecuaciones de movimiento. La posición actual se define como la integral con respecto al tiempo de la velocidad después de un apropiado cambio de sistemas de referencia, por lo que la posición en un sistema de ejes NED se establecen como:

$$\begin{aligned} \dot{P}^E &= R_B^E U^B \\ \begin{pmatrix} \dot{x}^E \\ \dot{y}^E \\ \dot{z}^E \end{pmatrix} &= R_B^E \begin{pmatrix} u^B \\ v^B \\ w^B \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} R_B^E &= (R_E^B)^{-1} = (R_E^B)^T \\ R_E^B (R_E^B)^T &= R_E^B R_B^E = I \end{aligned} \quad (3.8)$$

## 3.4 ANÁLISIS DINÁMICO DEL VEHÍCULO

### 3.4.1 DINÁMICA TRASLACIONAL

El total de las fuerzas que actúan en la aeronave pueden ser encontradas realizando la sumatoria de fuerzas en cada eje del cuerpo.

$$F^E + mg e_z = m \frac{d(V^E)}{dt^E} \quad (3.9)$$

donde  $F^E = [X^E, Y^E, Z^E]^T$  es el vector resultado de la sumatoria de fuerzas que actúan sobre el cuerpo del vehículo expresadas en ejes inerciales.  $m$  es la masa,  $g$  la gravedad,  $e_z$  es el vector canónico en el eje  $Z$ . para fines prácticos se expresan estas ecuaciones en ejes cuerpo.

Teniendo en cuenta que  $V^E = R_B^E V^B$  y desarrollando la derivada con respecto al tiempo en el marco inercial, la ecuación (3.9) resulta en:

$$\begin{aligned} F^E + mg^E e_z &= m \frac{d(R_B^E V^B)}{dt^E} \\ F^E + mg^E e_z &= m (R_B^E \dot{V}^B + \dot{R}_B^E V^B) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Recordando la relación que hay entre la velocidad angular y la matriz de rotación

$$\dot{R}_B^E = S(\Omega^E) R_B^E \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned}
F^E + mg^E e_z &= m \left( R_B^E \dot{V}^B + S(\Omega^E) R_B^E V^B \right) \\
F^E + mg^E e_z &= m \left( R_B^E \dot{V}^B + \Omega^E \times V^E \right)
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Pre-multiplicando la ecuación (3.12) por la matriz de rotación que lleva del marco inercial al marco del cuerpo,  $R_E^B$ , obtenemos la ecuación de movimiento linear

$$\begin{aligned}
R_E^B F^E + m R_E^B g^E e_z &= m \left( R_E^B R_B^E \dot{V}^B + R_E^B (\Omega^E \times V^E) \right) \\
F^B + m R_E^B g^E e_z &= m \left( \dot{V}^B + \Omega^B \times V^B \right)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

### 3.4.2 DINÁMICA ROTACIONAL

Las aceleraciones angulares en el vehículo pueden determinarse aplicando la segunda ley de Newton a la tasa de cambio del momento angular del aeronave. Entonces,  $H_E$  es el vector de momentos angulares y  $T_E$  es el esfuerzo de torsión que actúa sobre el centro de gravedad expresado en el marco inercial.

$$M^E = \frac{d(H^E)}{dt} \tag{3.14}$$

Siguiendo el mismo procedimiento que con la dinámica traslacional y tomando en cuenta que  $H^E = R_B^E H^B$ , se toma la derivada con respecto del tiempo de la ecuación (3.14)

$$\begin{aligned}
M^E &= \frac{d(R_B^E H^B)}{dt} \\
M^E &= \dot{R}_B^E H^B + R_B^E \dot{H}^B
\end{aligned} \tag{3.15}$$

substituyendo (3.11) en (3.15)

$$M^E = S(\Omega) R_B^E H^B + R_B^E \dot{H}^B \tag{3.16}$$

Pre-multiplicando por la matriz de rotación  $R_E^B$  para expresar los términos de la ecuación de momentos en el marco del cuerpo

$$R_E^B M^E = R_E^B S(\Omega) R_B^E H^B + R_E^B R_B^E \dot{H}^B \quad (3.17)$$

$$M^B = \Omega \times H^B + \dot{H}^B \quad (3.18)$$

substituyendo  $\dot{H}^B = J\dot{\Omega}^B$  y  $H^B = J\Omega^B$  en

$$J\dot{\Omega}^B = (-\Omega^B \times J\Omega^B) + M^B \quad (3.19)$$

despejando para las aceleraciones angulares

$$\dot{\Omega}^B = J^{-1} (-\Omega^B \times J\Omega^B) + J^{-1} M^B \quad (3.20)$$

### 3.5 ECUACIONES

Se agrupan las variables en un vector, el cual está relacionado por 12 ODEs,  $E(t) = [x, y, z, \phi, \theta, \psi, u, v, w, p, q, r]^T$  y será llamado vector de estado.

Las entradas de control, como las fuerzas ejercidas por las superficies de control, momentos, y/o empuje del motor, estarán agrupadas en el vector de control  $\Xi = [T, \delta_a, \delta_e, \delta_r]$

Las ecuaciones de las variables del vector de estado se definen como



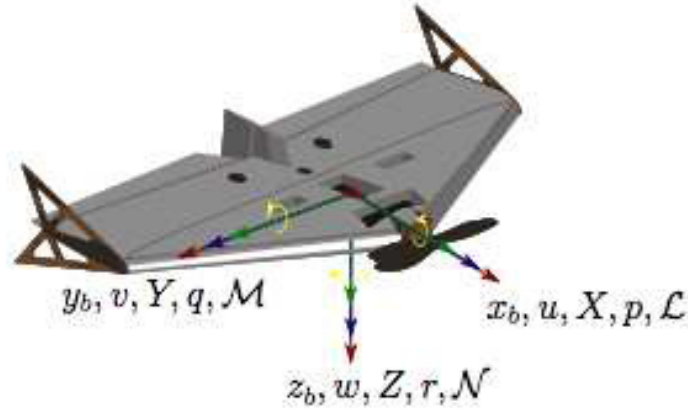


Figura 3.4: Variables en el CUAV.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\sin \psi \cos \phi + \sin \theta \cos \psi \sin \phi & \sin \psi \sin \phi + \sin \theta \cos \psi \cos \phi \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \psi \cos \phi + \sin \theta \sin \psi \sin \phi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \theta \sin \psi \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = J^{-1} \left[ - \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \times J \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L \\ M \\ N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix} \right] \quad (3.22)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\sin \theta \sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\sin \theta \cos \phi}{\cos \theta} \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = g \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} + \frac{1}{m} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

Las ecuaciones en su forma equivalente libre de singularidades

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_0q_2 + q_1q_3) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_0q_1 + q_2q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

$$\dot{q} = \begin{pmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{\bar{q}} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -q^T \omega \\ (q_0 I + \bar{q}^\times) \Omega \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -q^T \\ (q_0 I + \bar{q}^\times) \end{pmatrix} \Omega \quad (3.26)$$

## CAPÍTULO 4

# ALGORITMO DE GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS

---

este capítulo, se presenta un método para la generación de trayectorias bi-dimensionales para la transición de la aeronave [17]

El objetivo del algoritmo es diseñar trayectorias que sean suaves y fáciles de seguir para el CUAV, es decir continuas y sin cambios bruscos. Estas trayectorias están basadas en tiempo, donde  $t_0 = 0$  marca el de inicio de transición y  $t = t_m$  el final de la misma. Además del tiempo, las entradas del algoritmo de generación será la velocidad crucero  $V_c$ , los puntos iniciales  $(p_{d0}, h_{d0})$ , los puntos finales  $(p_{df}, h_{df})$  como se muestra en la figura. Para la transición de vuelo estacionario a vuelo nivelado, el CUAV estará en la posición inicial  $(p_{d0}, h_{d0})$  en vuelo estacionario y al llegar al punto final  $(p_{df}, h_{df})$  entrará en el régimen de vuelo recto y nivelado con velocidad constante como se muestra en la Fig 4.1. Para la transición de vuelo recto y nivelado, el CUAV vendrá con velocidad constante en el punto  $(p_{d0}, h_{d0})$  y terminará en posición  $(p_{df}, h_{df})$  en régimen de vuelo estacionario como se aprecia en la Fig 4.2. La magnitud de la velocidad estará definida por la función  $V(t)$ , la dirección de la velocidad por  $\theta(t)$  hasta lograr la maniobra de transición de un régimen a otro. El tiempo de maniobra  $t_m$  se calcula basándose en los datos de entrada. Se proponen las siguientes ecuaciones de velocidad para ambas transiciones como:

$$\dot{x}_d = V(t) \cos(\theta(t)) \quad (4.1)$$

$$\dot{z}_d = V(t) \sin(\theta(t)) \quad (4.2)$$

donde los valores para  $V(t)$  y  $\theta(t)$  correspondientes a la transición de vuelo estacionario a nivelado son:

$$V(t) = \begin{cases} \frac{V_c}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi t}{t_m}\right)\right) & t \leq t_m \\ V_c & t > t_m \end{cases}$$

$$\theta(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{t}{t_m}\right)^2 & t \leq t_m \\ 0 & t > t_m \end{cases}$$

y para la transición entre el régimen de vuelo nivelado a estacionario:

$$V(t) = \begin{cases} \frac{V_c}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi t}{t_m}\right)\right) & t \leq t_m \\ 0 & t > t_m \end{cases}$$

$$\theta(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \left(\frac{t}{t_m}\right)^2 & t \leq t_m \\ \frac{\pi}{2} & t > t_m \end{cases}$$

El algoritmo de generación de trayectoria genera las cantidades correspondientes para  $p$ ,  $\dot{p}$ ,  $\ddot{p}$ ,  $h$ ,  $\dot{h}$ ,  $\ddot{h}$  integrando y derivando las ecuaciones de velocidad para lograr la transición deseada. A continuación se muestran los resultados obtenidos en la Fig 4.3 y 4.4.

Dando como resultado a su vez la trayectoria en el plano XZ como se muestra en la Fig. 4.5

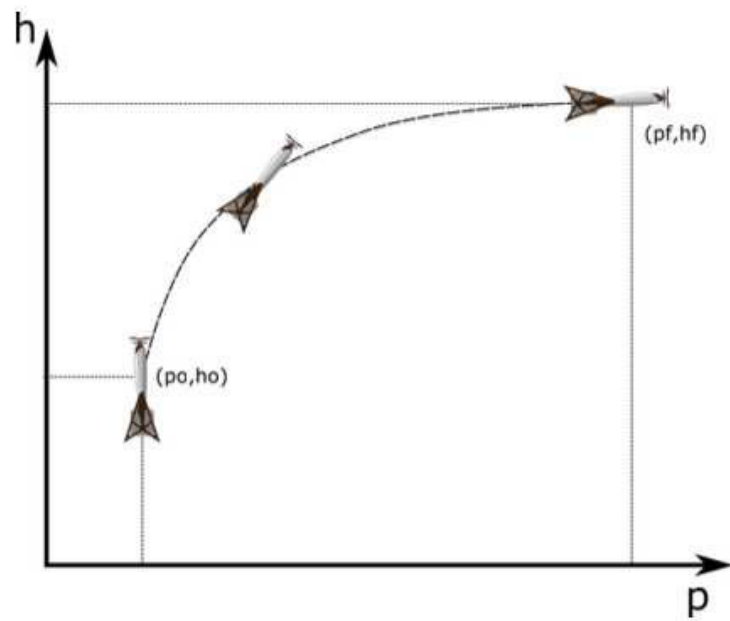


Figura 4.1: Transición de vuelo estacionario a vuelo nivelado.

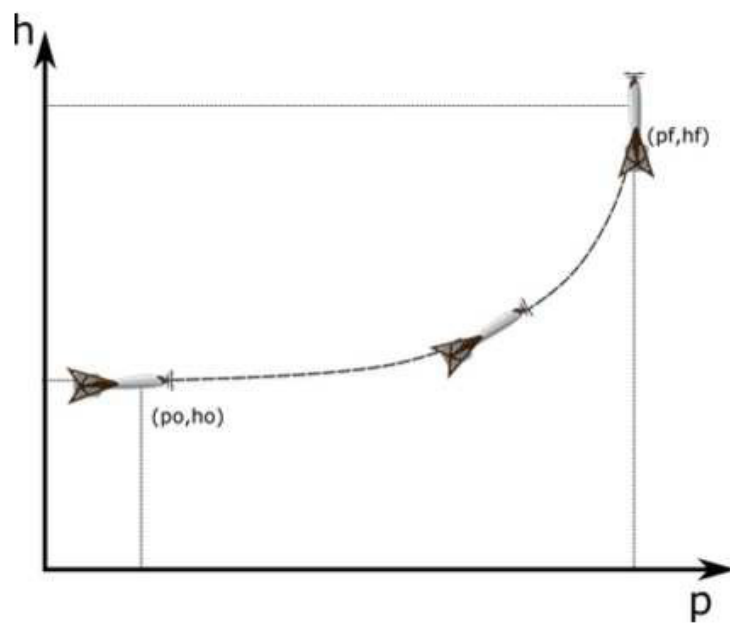


Figura 4.2: Transición de vuelo nivelado a vuelo estacionario.

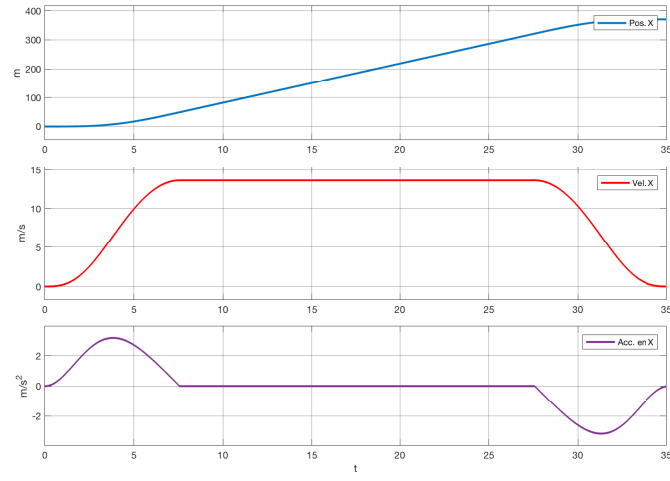


Figura 4.3: Resultados para:  $x_d, \dot{x}_d, \ddot{x}_d$ .

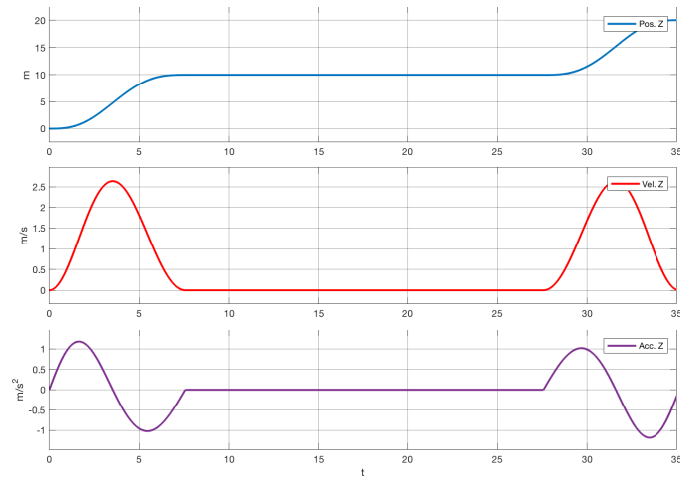


Figura 4.4: Resultados para:  $z_d, \dot{z}_d, \ddot{z}_d$ .

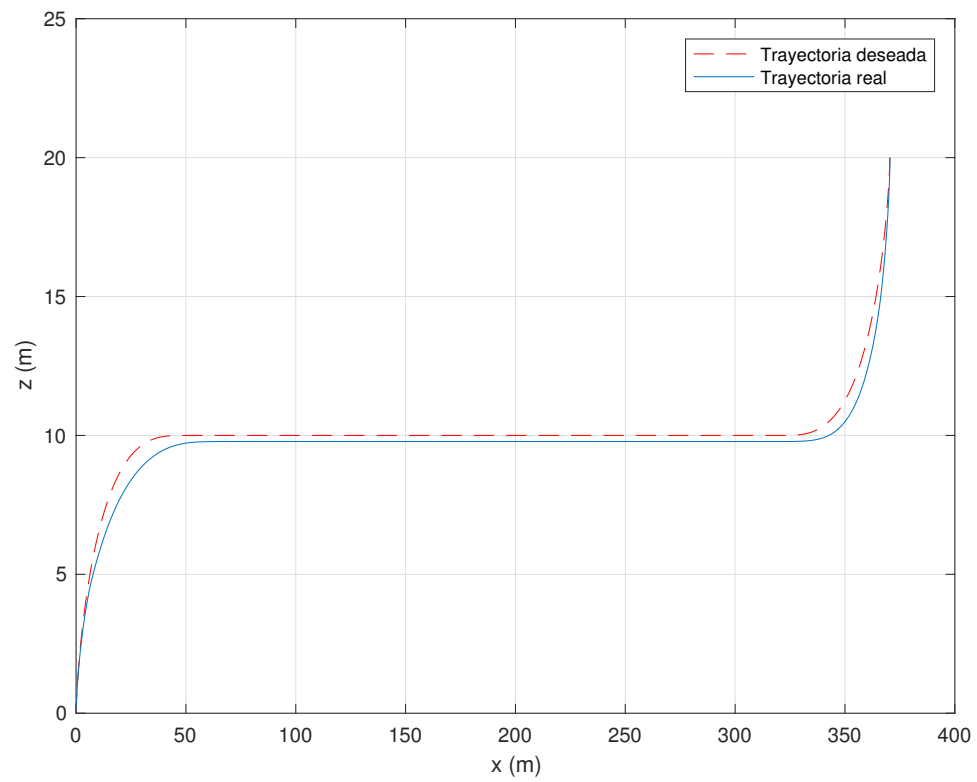


Figura 4.5: Trayectoria XZ deseada.

## CAPÍTULO 5

# ALGORITMO DE NAVEGACIÓN

---

En la actualidad, existen varios algoritmos o estrategias de navegación aplicadas a VANTs híbridos, desde control lineal, backsteppin, modos deslizantes, las cuales se agrupan en dos categorías: algoritmos para dinámica rotacional y algoritmos para dinámica traslacional.

El algoritmo forzará al sistema a que siga la trayectoria deseada (attitude tracking) para así poder realizar las maniobras de transición. A continuación, en la Fig. 5.1 se presenta el diagrama a bloques del algoritmo.

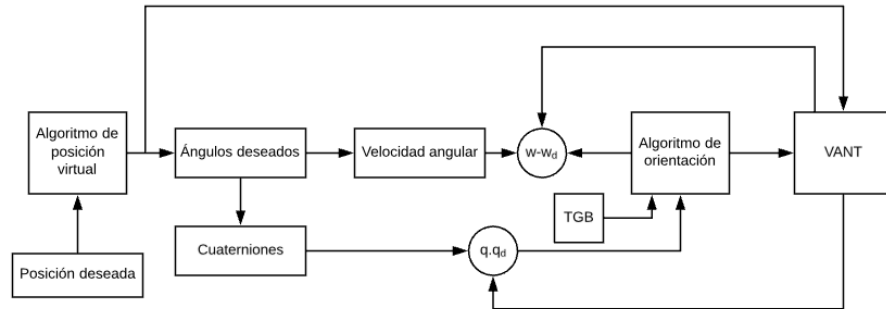


Figura 5.1: Diagrama a bloques del algoritmo de navegación.



## 5.1 ECUACIÓN DE ERROR EN LAZO ABIERTO

Considere el vector  $Y_r$  en términos de la referencia nominal  $\Omega_r$ , y su derivada  $\dot{\Omega}_r$

$$Y_r = J\dot{\Omega}_r + \Omega^\times J\Omega_r + \Omega_r^\times J\Omega - \Omega_r^\times J\Omega_r \quad (5.1)$$

substituyendo 5.1 en 3.19 obtenemos la ecuación de error en lazo abierto

$$J\dot{S}_r + S_r^\times JS_r = \tau + d(t) - Y_r \quad (5.2)$$

donde  $S_r = \Omega - \Omega_r$  es el error extendido. Para obtener una parametrización de lazo abierto en términos del error extendido,  $S_r$ , queda diseñar adecuadamente el término  $\Omega_r$

### 5.1.1 PARAMETRIZACIÓN DE LA REFERENCIA NOMINAL

El cuaternio unitario definido como  $q = (q_0, \bar{q})^T$ , donde  $q_0 \in R$  y  $\bar{q} \in R^3$  representará la orientación del sistema. Recordando que la ecuación 3.26 es la ecuación que relaciona la derivada del cuaternio unitario con la velocidad angular  $\Omega$ .

Ahora considere el cuaternio de error como

$$q_e = (q_{e0}, \bar{q}_e)^T$$

donde el cuaternio de error es el resultado de la multiplicación de cuaternios entre la orientación actual y la deseada de la siguiente manera

$$q_e = q \otimes q_d^*$$

El símbolo  $\otimes$  es usado para denotar el operador de multiplicación de cuaterniones [12].

$q_d = (q_{0d}, \bar{q}_d)^T$  es la orientación deseada obtenida de los ángulos de Euler deseados utilizando la conversión entre cuaterniones y ángulos de Euler.

Proponiendo la referencia nominal dinámica como

$$\Omega_r = \Omega_d - \alpha R_d^T \bar{q}_e + S_d - \gamma \sigma \quad (5.3)$$

$$\dot{\sigma} = \text{sign}(S_q) \quad (5.4)$$

donde  $\alpha$  es una constante positiva,  $\gamma$  es una matriz diagonal de ganancias de realimentación y la función  $\text{sign}(S_q)$  está en función de la superficie deslizante

$$\begin{pmatrix} \dot{\sigma}_1 \\ \dot{\sigma}_2 \\ \dot{\sigma}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{sign}(S_{q1}) \\ \text{sign}(S_{q2}) \\ \text{sign}(S_{q3}) \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

y

$$S_q = \Omega_e + \alpha R_d^T q_e - S_d \quad (5.6)$$

$\Omega_e = \Omega - \Omega_d$  representa el error de velocidad angular,  $S_q$  representa la superficie deslizante,  $S_d$  es el término de desvanecimiento que esta en función del tiempo en el instante  $t = t_0$ .

## 5.2 DISEÑO Y ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL CONTROL

El problema de la subactuación es resuelto típicamente con el enfoque de control virtual o con metodologías de backstepping [15]

### 5.2.1 DISEÑO DEL CONTROL

#### 5.2.1.1 DISEÑO DE CONTROL DE ORIENTACIÓN

Considere la siguiente ley de control diferenciable

$$\tau = -K_d S_r \quad (5.7)$$

donde  $K_d$  es una matriz diagonal positiva, en lazo cerrado con la ecuación 5.2 resulta la siguiente ecuación:

$$J\dot{S}_r + S_r^\times JS_r = -K_d S_r + d(t) - Y_r \quad (5.8)$$

#### 5.2.1.2 DISEÑO DEL CONTROL DE POSICIÓN

Considerando la dinámica traslacional como 5.9 y expresando esta ecuación en términos del error, de manera similar que con la dinámica rotacional, obtenemos 5.10

$$m\ddot{\xi} = mge_z - TRe_z \quad (5.9)$$

$$m\dot{S}_{rp} = mge_z - u - Y_{rp} \quad (5.10)$$

donde  $u = TRe_z$  es la entrada de control virtual para la posición,  $S_{rp} = \dot{\xi} - \dot{\xi}_r$  es el error extendido de posición y  $Y_{rp} = m\ddot{\xi}_r$ . Considerando la referencia dinámica nominal  $\dot{\xi}_r$  como

$$\dot{\xi}_r = \dot{\xi}_d - \alpha_p \xi_e - \gamma_p \sigma_p \quad (5.11)$$

$\xi_e = \xi - \xi_d$  es el error de posición,  $\xi_d \in C^2$  es la posición deseada,  $\alpha_p$  y  $\gamma_p$  son matrices diagonales de ganancias de retroalimentación y la función  $\dot{\sigma}_p$  esta dada por

$$\dot{\sigma}_p = \tanh(S_p) \quad (5.12)$$

La superficie deslizante  $S_p$  del control virtual es

$$S_p = \dot{\xi}_e + \alpha_p \xi_e \quad (5.13)$$

Substituyendo 5.11 y 5.13 en la ecuación del error de posición extendido, puede ser reescrita como

$$S_{rp} = S_p + \gamma_p \sigma_p \quad (5.14)$$

Considere finalmente la siguiente ley de control de posición

$$u = K_p S_{rp} + mge_z - Y_{rp} \quad (5.15)$$

donde  $K_p$  es una matriz diagonal positiva. En lazo cerrado con la ecuación 5.10 resulta

$$m\dot{S}_{rp} = -K_p S_{rp} \quad (5.16)$$

Las ecuaciones de los algoritmos de navegación 5.7 y 5.16 se pueden reescribir como:

$$\tau = -K_1 \Omega_e - K_2 q_e + K_3(t) - K_4 \sigma. \quad (5.17)$$

$$\dot{\sigma} = \text{sign}(\Omega_e + \alpha q_e - S_d) \quad (5.18)$$

$$u = K_5 \dot{\xi}_e + K_6 \xi_e + K_7 \sigma_p + K_8 \dot{\sigma}_p + m g e_z - m \ddot{\xi}_d \quad (5.19)$$

$$\dot{\sigma}_p = \tanh \dot{\xi}_e + \alpha_p \xi_e \quad (5.20)$$

## CAPÍTULO 6

# VALIDACIÓN EN SIMULACIÓN

---

A continuación se muestran los resultados obtenidos de la simulación realizada en el software Matlab particularmente en su extensión Simulink. Como ya se sabe, esta simulación tiene como objetivo validar los algoritmos de control previamente propuestos para el seguimiento de trayectoria de transición. La condición inicial de orientación del vehículo es  $[\phi, \theta, \psi] = [0, \frac{\pi}{2}, 0]$  o  $q = [\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0]$ . Las condiciones iniciales de aceleraciones, velocidades y posiciones lineales iguales a cero.

## 6.1 SIMULACIÓN DE ALGORITMO DE POSICIÓN

Los resultados de la simulación del algoritmo de posición son presentados en esta sección. En la Fig 6.1 se muestra el resultado de la trayectoria que realiza el vehículo en X-Z versus la trayectoria deseada.

En la Fig 6.2 se observan los errores en posición y velocidad respectivamente. Cabe mencionar que estos errores son pequeños, lo cual indica un buen desempeño del control virtual empleado.

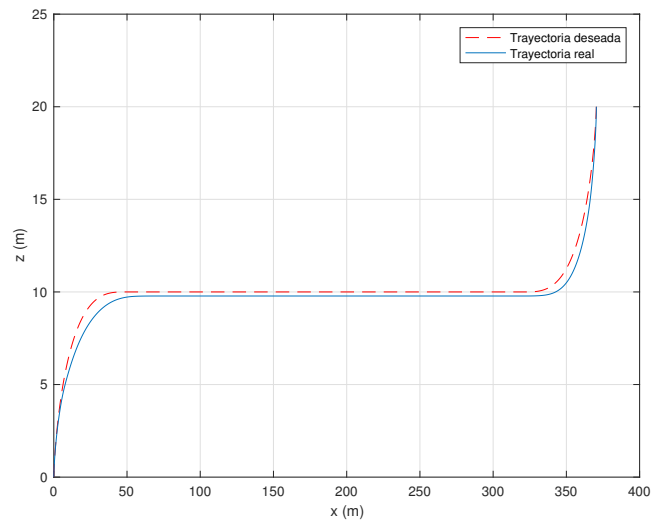


Figura 6.1: Trayectoria real vs deseada.

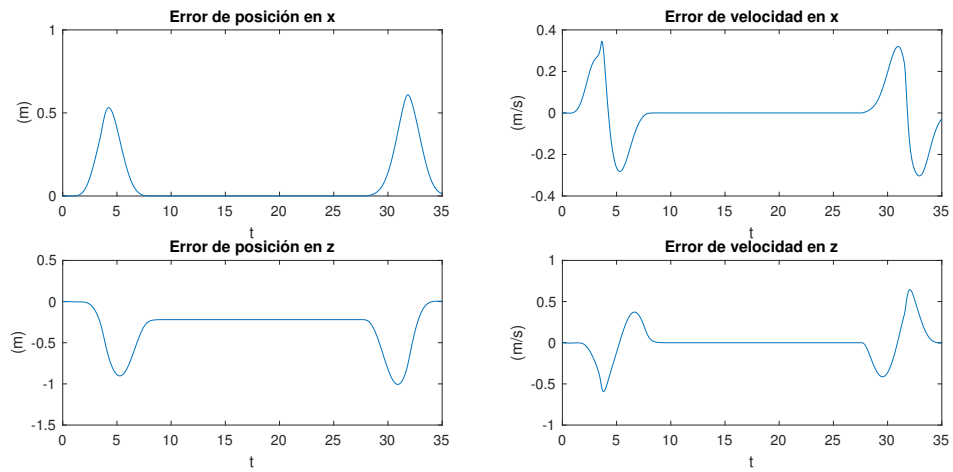


Figura 6.2: Error de posición y velocidad en x y z.

### 6.1.1 COEFICIENTE DE SUSTENTACIÓN Y RESISTENCIA AL AVANCE PARA LA TRAYECTORIA COMPLETA

Las aproximaciones de los coeficientes aerodinámicos tanto para sustentación como para resistencia al avance, mediante el uso de funciones armónicas se muestran en la Fig 6.3 y 6.4 respectivamente

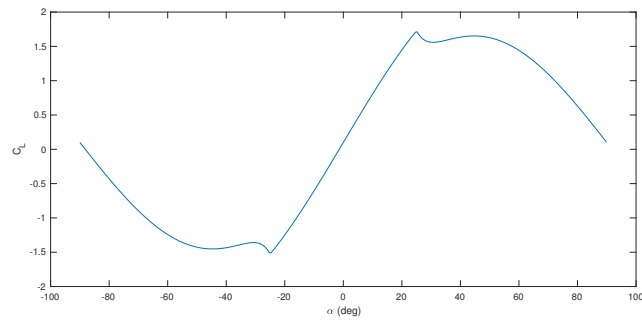


Figura 6.3: Aproximación del coeficiente de sustentación experimentado durante la trayectoria completa.

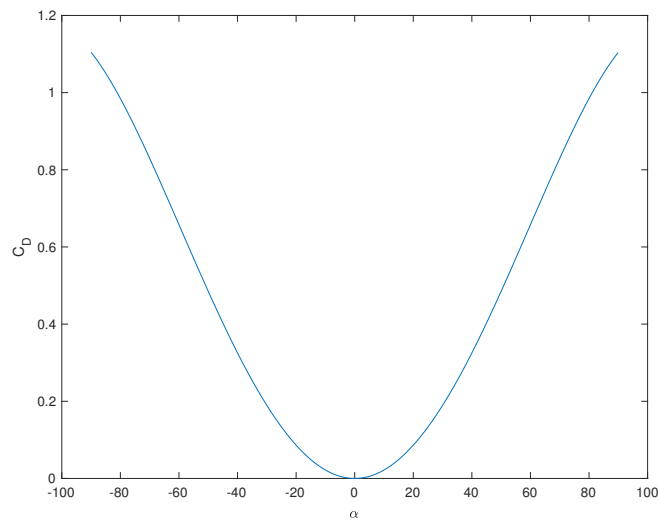


Figura 6.4: Aproximación del coeficiente de resistencia al avance experimentado durante la trayectoria completa.



### 6.1.2 RESULTADOS DE EXTRACCIÓN PARA ORIENTACIÓN Y EMPUJE

El método de extracción presentado en [16] muestra los resultados en la Fig 6.5 y 6.6, donde se observa el empuje requerido a ejercer por el motor coaxial y la orientación deseada, la cual será usada como entrada para el algoritmo de orientación como se observa en la Fig 5.1.

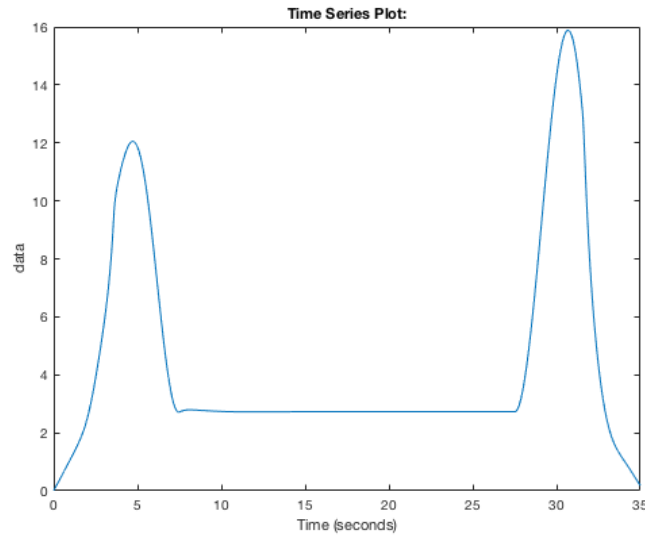


Figura 6.5: Empuje requerido.

## 6.2 SIMULACIÓN DE ALGORITMO DE ORIENTACIÓN

Se presentan a continuación los resultados de la simulación del algoritmo de orientación. En la Fig 6.7 se puede observar la comparación entre el cuaternio obtenido mediante la extracción de orientación deseada versus el cuaternio que define la orientación del vehículo.

La velocidad angular deseada, que esta relacionada con el cuaternio deseado, se calcula como aparece en el apéndice A.1 y se muestra en la Fig 6.8 en comparativa

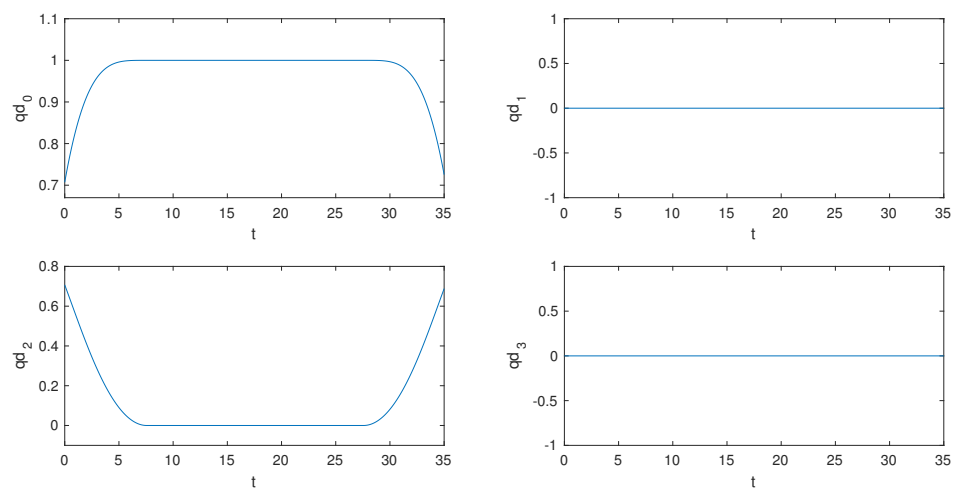


Figura 6.6: Orientación deseada.

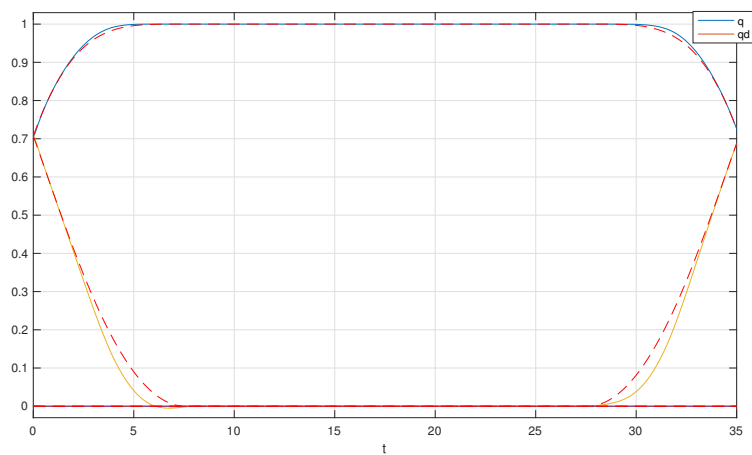


Figura 6.7: quaternion deseado vs quaternion real.

con la velocidad angular del vehículo.

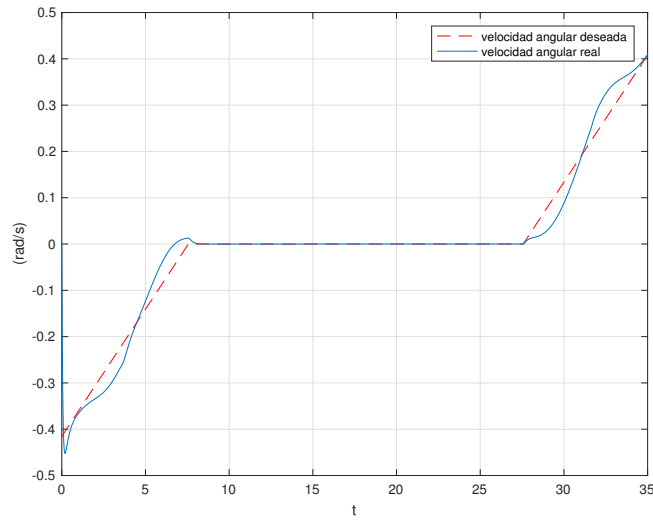


Figura 6.8: Velocidad angular deseada vs velocidad angular real.

El resultado de la señal de control  $\tau$ , la cual es la encargada de ejercer el momento sobre el vehículo para así llevarlo a la orientación deseada, es transformada en la deflexión necesaria de los elevadores para llevar a cabo la maniobra de transición de regímenes, se puede observar en la Fig 6.9 .

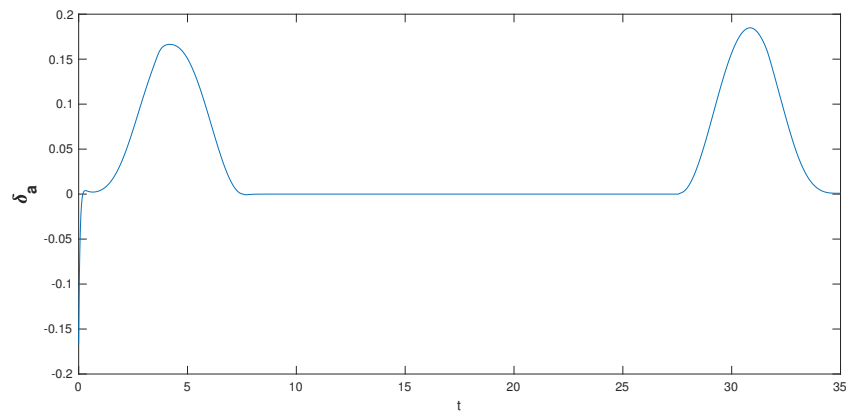


Figura 6.9: Deflexión del elevador.

## CAPÍTULO 7

# CONCLUSIONES

---

A lo largo de esta tesis se presentaron los algoritmos necesarios para llevar a cabo la maniobra de transición para un vehículo aéreo convertible (C-Plane v3.0) incluyendo las aproximaciones paramétricas a los coeficientes aerodinámicos para el rango completo de operación de  $-\pi/2$  a  $\pi/2$  en el ángulo de cabeceo, las cuales, junto con otros parámetros son considerados como perturbaciones externas para el sistema subactuado del VANT. Los parámetros de los actuadores se utilizaron del análisis sobre esta plataforma previamente realizado en [17].

Para la obtención de estos algoritmos fue necesario utilizar la conversión directa de  $[\phi, \theta, \psi]^T \rightarrow [q_0, \vec{q}]^T$  ya que los cuaterniones pueden representar cualquier rotación en el espacio sin presentar singularidades.

En el planteamiento de cualquier problema de control, siempre existirán discrepancias entre el sistema real y el modelo matemático usado para el diseño del algoritmo. Estas discrepancias pueden ser perturbaciones externas desconocidas, defectos de construcción de la planta, condiciones del medio ambiente, dinámicas parásitas, etc. A pesar de estas posibles discrepancias, los algoritmos para la orientación y posición muestran un correcto desempeño y se asegura la estabilidad en el sentido de Lyapunov del sistema en lazo cerrado.

## APÉNDICE A

# ÁLGEBRA DE CUATERNIOS

---

## A.1 OPERACIONES BÁSICAS

Conocer el álgebra de cuaternios es parte fundamental para su implementación, ya que al ser una extensión de los números complejos, las operaciones aritméticas entre estos vectores cambia radicalmente. Además de las operaciones básicas, también se exploran las transformaciones entre representaciones de orientación (Euler - Cuaternios) utilizadas a lo largo de la presente tesis.

Dado un cuaternio  $p$  y un cuaternio  $q$

$$\begin{aligned} p &= [p_0, \bar{p}]^T = [p_0, p_1, p_2, p_3]^T = p_0 + p_1 i + p_2 j + p_3 k \\ q &= [q_0, \bar{q}]^T = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k \end{aligned}$$

- Suma de cuaternios

$$p + q = [(p_0 + q_0), (\bar{p} + \bar{q})]^T = (p_0 + q_0) + (p_1 + q_1) i + (p_2 + q_2) j + (p_3 + q_3) k$$

- Resta de cuaternios

$$p - q = [(p_0 - q_0), (\bar{p} - \bar{q})]^T = (p_0 - q_0) + (p_1 - q_1) i + (p_2 - q_2) j + (p_3 - q_3) k$$

- Matriz antisimetrica

$$S(\bar{p}) = \begin{bmatrix} 0 & -p_3 & p_2 \\ p_3 & 0 & -p_1 \\ -p_2 & p_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S(\bar{p}) \bar{q} = \bar{p} \times \bar{q}$$

- Producto de cuaternios

$$p \otimes q = (p_0 q_0 - \bar{p} \cdot \bar{q}) + (p_0 \bar{q} + q_0 \bar{p} + (\bar{p} \times \bar{q}))$$

o

$$p \otimes q = \begin{bmatrix} p_0 q_0 - \bar{p} \cdot \bar{q} \\ p_0 \bar{q} + q_0 \bar{p} + S(\bar{p}) \bar{q} \end{bmatrix}$$

De manera general

$$(p \otimes q) \otimes r = p \otimes (q \otimes r)$$

$$p \otimes q \neq q \otimes p$$

- Complejo conjugado

Dado  $q = [q_0, \bar{q}]$  entonces su conjugado es  $q^* = [q_0, -\bar{q}]$

De manera general

$$(p \otimes q)^* \neq p^* \otimes q^*$$

$$(p \otimes q)^* = p_0 q_0 - \bar{p} \cdot \bar{q} - p_0 \bar{q} - q_0 \bar{p} - (\bar{p} \times \bar{q})$$

$$q^* \otimes p^* = p_0 q_0 - (-\bar{q}) \cdot (-\bar{p}) + (q_0)(-\bar{p}) + (p_0)(-\bar{q}) + (-\bar{q} \times -\bar{p})$$

$$= p_0 q_0 - \bar{q} \cdot \bar{p} - q_0 \bar{p} - p_0 \bar{q} - (\bar{p} \times \bar{q})$$

$$\therefore q^* \otimes p^* = (p \otimes q)^*$$

- Norma 2

$$\|q\| = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} = \sqrt{q_0^2 + (\bar{q}) \cdot (\bar{q})}$$

$$q^* \otimes q = q_0^2 - (-\bar{q}) \cdot \bar{q} + q_0 \bar{q} + q_0 (-\bar{q}) + (-\bar{q}) \times \bar{q}$$

$$q^* \otimes q = q \otimes q^* = q_0^2 + \bar{q} \cdot \bar{q}$$

■ Cuaternio unitario

Un cuaternio unitario, como su nombre lo indica, es aquel que cumple la siguiente propiedad:

$$q = \cos \alpha + \lambda \sin \alpha$$

$$\|q\| = 1$$

## A.2 CUATERNIO COMO OPERADOR LINEAL

Usando el cuaternio unitario  $q$  se define un operador de vectores  $v \in R^3$ :

$$\begin{aligned} L_q(v) &\triangleq q \otimes v \otimes q^* \\ &= (q_0^2 - \|\bar{q}\|^2) v + 2(\bar{q} \cdot v) \bar{q} + 2q_0(\bar{q} \times v) \end{aligned} \tag{A.1}$$

Se hacen dos observaciones. La primera es que el operador lineal A.1 no cambia la longitud del vector  $v$  esto es debido a que esta compuesto por el cuaternio unitario  $q$

$$\begin{aligned} \|L_q(v)\| &= \|q \otimes v \otimes q^*\| \\ &= \|q\| \|v\| \|q^*\| \\ &= \|v\| \end{aligned} \tag{A.2}$$

La segunda observación es que el operador A.1 no cambia la dirección de  $v$ , si este se encuentra a lo largo de  $q$

$$\begin{aligned}
v &= k\bar{q} \\
qvq^* &= q(k\bar{q})q^* \\
&= (q_0^2 - \|\bar{q}\|^2)(k\bar{q}) + 2(\bar{q} \cdot k\bar{q})\bar{q} + 2q_0(\bar{q} \times k\bar{q}) \\
&= k(q_0^2 - \|\bar{q}\|^2)(\bar{q}) \\
&= k\bar{q}
\end{aligned} \tag{A.3}$$

Esencialmente, cualquier vector a lo largo de  $q$  no cambia cuando se le aplica este operador. Esto nos hace suponer que  $L_q$  actúa como una rotación sobre  $q$  [10]. Otra de las propiedades de este operador, es su linealidad con  $R^3$ . Para cualquier vector  $v_1, v_2 \in R^3$  y  $a_1, a_2 \in R$  se muestra que

$$L_q(a_1v_1 + a_2v_2) = a_1L_q(v_1) + a_2L_q(v_2) \tag{A.4}$$

De este modo, se puede concluir que al aplicar  $L_q$  sobre un cualquier vector  $v \in R^3$  es equivalente a aplicar la matriz de rotación construida a base del cuaternio unitario similar a la ecuación (3.4).



## APÉNDICE B

# ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

---

La estabilidad de los sistemas dinámicos no lineales se garantiza (ya sea local o global) utilizando el análisis de estabilidad de la teoría basada en Lyapunov.

Si se tiene una función de Lyapunov  $V(x)$  donde en este caso  $x$  representa el vector de variables de estados, se dice que es estable si cumple con los siguientes criterios para cualquier  $x \neq 0$ .

- $V(0) = 0$ .
- $V(x) > 0$ , es decir definida positiva.
- $\dot{V}(x) < 0$ , definida negativa.
- $V(x)$  tiene que ser diferenciable y continua

Al cumplirse estos criterios, se concluye que el origen es un punto de equilibrio y por consecuencia  $x \rightarrow 0$ .

Para propósitos de esta tesis, se propusieron dos funciones candidatas de Lyapunov, tanto para el algoritmo de orientación como para el algoritmo de posición. Particularmente para este trabajo se utilizó un análisis similar a [15] y [18].

Consideremos la siguiente función candidata de Lyapunov para la estabilidad en orientación:

$$V = 1/2 S_r^T J S_r \quad (\text{B.1})$$

Tomando la derivada temporal de esta ecuación y utilizando la ecuación (5.8) se obtiene la siguiente inecuación:

$$\dot{V} = -S_r^T K_d S_r + S_r^T (d(t) - Y_r) \leq -\|S_r\| (\lambda_{\min}(K_d) \|S_r\| - \eta(t)) \quad (\text{B.2})$$

donde  $\eta(t)$  representa todos los torques externos. Notese que si  $\|S_r\| > (c/\lambda_{\min}(K_d))$  para  $c = \sup_{t \geq 0} \eta(t)$ , entonces se asegura que  $\dot{V} < 0$ .

Ahora consideremos la siguiente función candidata de Lyapunov para la estabilidad en posición:

$$V_p = (m/2) S_{rp}^T S_{rp} \quad (\text{B.3})$$

Siguiendo el mismo procedimiento, se toma la derivada temporal de la función candidata y utilizando la ecuación (5.16) resulta:

$$\dot{V}_p = -S_{rp}^T K_p S_{rp} \leq -(2\lambda_{\min}(K_p)/m) V_p \quad (\text{B.4})$$

Lo que significa que  $S_{rp} \rightarrow 0$  exponencialmente rápido. Si tomamos la derivada temporal de la ecuación (5.14), obtenemos  $\dot{S}_p + \gamma_p \tanh(S_p) \rightarrow 0$  lo cual implica la solución exponencial de  $\xi(t)$  hacia la trayectoria deseada  $\xi_d(t)$

# BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] NIKOLA TESLA, *Apparatus for Aerial Transportation*. U.S. Patent 1,655,114, Tesla Universe.
- [2] D. ANDERSON, I. GRAHAM, B. WILLIAMS, *Flight and Motion: The History and Science of Flying* Routledge, 2015.
- [3] ROB ARNDT, *Focke-Wulf Triebflügel* 1944–1945.
- [4] ANDREAS PARSCH, *Skytote* septiembre de 2016 [en línea]. Disponible: <http://www.designation-systems.net/dusrm/app4/skytote.html>.
- [5] ANDREAS PARSCH, *MANUAL DE VUELO* <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV16.html>].
- [6] COOK, M. V., *Flight dynamics principles: a linear systems approach to aircraft stability and control*, Butterworth-Heinemann, 2012.
- [7] STENGEL, R. F., *Flight dynamics* Princeton University Press, 2004
- [8] BRIAN L. STEVENS F. L. LEWIS E. N. JOHNSON, *Aircraft control and simulation* Tercera edición, John Wiley and Sons, 2016
- [9] J. B. KUIPERS , *Quaternions and rotation sequences* Princeton University Press, 1999.
- [10] YAN-BIN JIA *Quaternion and Rotation* Sep 8, 2016.

- 
- [11] M. A. MUÑOZ, *Manual de vuelo* URL: <http://www.manualvuelo.com/PBV/PBV16.html>.
- [12] J. ERDONG, S. ZHAOWEI, *Robust Controllers Design With Finite-Time Convergence for Rigid Spacecraft Attitude Tracking Control* Aerospace Sci. Technol., 12(4), pp. 324–330.
- [13] APOSTOLYUK V, *Harmonic Representation of Aerodynamic Lift and Drag Coefficients* AIAA Journal of Aircraft, Vol. 44, No. 4, pp. 1402-1404; July-August 2007
- [14] SKRZYPINSKI, W. R., ZAHLE, F., & BAK, C., *Parametric approximation of airfoil aerodynamic coefficients at high angles of attack* Proceedings of EWEA 2014 European Wind Energy Association (EWEA)
- [15] A. SANCHEZ ORTA, V. PARRA VEGA, C. IZAGUIRRE ESPINOSA, O. GARCIA, *Position–Yaw Tracking of Quadrotors* Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2015 by ASME
- [16] ROBERTS, A. & A. TAYEBI *Adaptive position tracking of VTOL UAVs* Robotics, IEEE Transactions on, 27(1), pp. 129–142, 2011.
- [17] VÍCTOR M. *Navegación de un vehículo aéreo híbrido* Tesis para maestría en ingeniería aeronáutica, 2015 CIHIA-FIME-UANL .
- [18] PARRA-VEGA, V., SANCHEZ, A., IZAGUIRRE, C., AND OLIVA F. *Position Tracking With Time-Varying Desired Yaw of Quadrotors: Basics and Applications in  $SE(3)$*  ASME 5th Annual Dynamic Systems and Control Conference, pp. 185–194. 2012.

# RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO

---

Juan Gerardo Rodríguez Macías

Candidato para obtener el grado de  
Maestría en ingeniería aeronáutica  
con orientación en Dinámica de vuelo

Universidad Autónoma de Nuevo León  
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:

DISEÑO DE UN ALGORITMO DE NAVEGACIÓN PARA UN VEHÍCULO  
AÉREO CONVERTIBLE

Estudio Ingeniería en Mecatrónica en la Universidad Politécnica de Victoria en el año 2012. En agosto de 2015, ingresó a la Maestría en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León.